

Prueba Nacional Nivel Menor

1. Considere a, b, c números enteros distintos de un dígito. Calcule el mayor valor posible de la suma de las raíces de la ecuación $(x - 2a)(x - 2b) + (x - 2b)(x - 2c) = 0$.

RESPUESTA: 33

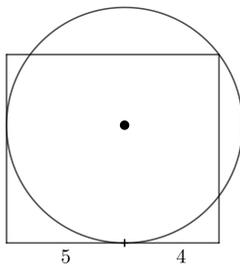
2. Considere un tablero de 2×2 . Las casillas se marcan con un 1 o con un -1 . Una vez marcadas las casillas se procede a sumar los números de cada fila y a sumar los números de cada columna. Llamemos S la suma de todos estos 4 resultados. Determine la cantidad de distribuciones diferentes de tal manera que $S = 0$.

RESPUESTA: 6

3. Sean a, b, c números enteros. ¿Cuál de las siguientes alternativas 18, 338, 2738, 2931, 3698 NO puede ser igual a $(a - b)^4 + (b - c)^4 + (c - a)^4$?

RESPUESTA: 2931

4. Dado un rectángulo y un círculo que es tangente a dos de los lados de un rectángulo y pasa a través de un vértice de este, como se muestra en la figura. Uno de los puntos de tangencia está a una distancia de 5 y 4 cm respectivamente de los vértices adyacentes del rectángulo. ¿Cuánto mide en cm^2 el área del rectángulo?

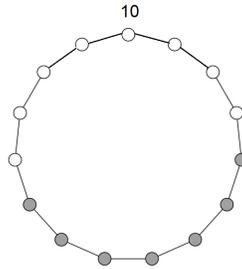


RESPUESTA: 72

5. Los primeros dos dígitos de un entero de 100 dígitos son 2 y 9. ¿Cuántos dígitos tiene el cuadrado de este número?

RESPUESTA: 199

6. Tenemos 15 números colocados en una rueda. Solo uno de los números es visible (un 10 en la parte superior). La suma de los números en cualquiera de las 7 posiciones consecutivas en la rueda (como las grises) es igual en todos los casos. Si sumamos los 15 números, exactamente cuántos de los números 75, 150, 365 o 2021 son posibles totales.

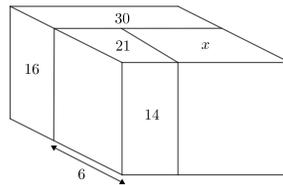


RESPUESTA: 1

7. La secuencia f_n se define por $f_1 = 1, f_2 = 3$ y $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$ para $n \geq 1$. ¿Cuántos de los primeros 2021 elementos de la secuencia son pares?

RESPUESTA: 673

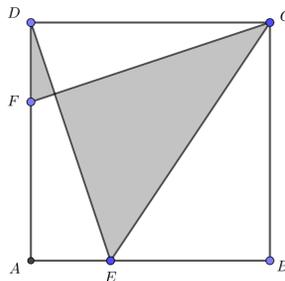
8. Se disponen tres bloques para crear un bloque más grande como se muestra en la figura.



El ancho de uno de ellos es 6 y las áreas de algunas de sus caras son 14, 21, 16, 30, como se muestra. ¿Cuál es el área de la cara x ?

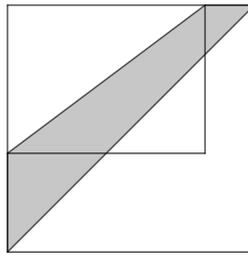
RESPUESTA: 24

9. Sea $ABCD$ un cuadrado de lado $\sqrt{60}$ cm. Se elige un punto F en AD y un punto E en el lado AB de tal manera que $3|DF| = |AD|$ y $3|AE| = |AB|$. Calcule el área de la región sombreada.



RESPUESTA: 22

10. La longitud de uno de los lados de un jardín rectangular se amplía en un 20% y el otro se amplía en un 50%, por lo que se ha convertido en un jardín cuadrado como se muestra en la imagen.



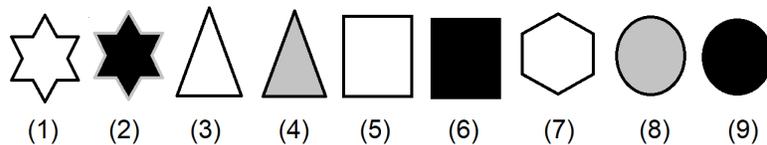
Si el área sombreada entre las dos diagonales mide 30 m^2 , ¿Cuál mide en m^2 el área del jardín original?

RESPUESTA: 75

11. Sea $n = 3^4 5^5$. Determine la cantidad de divisores de n^2 menores que n .

RESPUESTA: 49

12. Alicia y Belén tratan de descubrir cuál de entre las figuras blancas, grises y negras es la favorita de Camila:



Alicia sabe que Camila le dijo a Belén su forma y Belén sabe que Camila le dijo a Alicia su color. Entonces ocurre la siguiente conversación.

Alicia: No sé cuál es la figura favorita de Camila, pero sé que Belén tampoco lo sabe.

Belén: Al principio tampoco sabía cuál era la figura favorita de Camila, pero ahora lo sé.

Alicia: Ahora yo lo sé también.

Cuál es la figura favorita de Camila?. Responder con el número asociado a la figura.

RESPUESTA: 4