

Prueba de Selección equipo Chileno
Olimpiada Mundial IMO 2014

Nombre:

Fecha Nacim.:

Colegio:

Teléfono:

Problema 1: Dados $a, b, c > 0$, con $a+b+c \leq \frac{3}{2}$, hallar el mínimo de $a+b+c + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

Problema 2: Dados $m, k \in \mathbb{N}$, demuestre que $(m-1)^2$ divide a $(m^k - 1)$ si y solo si $m-1 \mid k$.

Problema 3: En un triángulo ABC , D es el pie de la altura desde C . Sea $P \in \overline{CD}$. Q es la intersección de \overline{AP} y \overline{CB} , R es la intersección de \overline{BP} y \overline{CA} . Demuestre que $\angle RDC = \angle QDC$.

Problema 4: Sea $f(x)$ un polinomio a coeficientes enteros. Pruebe que si $f(-1)$, $f(0)$ y $f(1)$ no son divisibles por 3 entonces $f(n) \neq 0$ para todo entero n .

Tiempo: 2 horas.